Inference at $*$ 1 1 0
 of proof for Lemma absval_eq:

1. $x : \mathbb{Z}$
2. $y : \mathbb{Z}$
$\vdash$ (if $0 \leq$z x then x else -x fi = if $0 \leq$z y then y else -y fi) $\Longleftrightarrow$ $x = \pm\, y$
   by InteriorProof PERMUTE{1:n,
                            2:n,
                            3:n,
                            4:n,
                            5:n,
                            6:n,
                            7:n,
                            8:n,
                            9:n,
                            10:n,
                            11:n,
                            12:n,
                            13:n,
                            14:n,
                            15:n,
                            16:n,
                            17:n,
                            18:n,
                            19:n,
                            20:n,
                            18:n,
                            21:n,
                            19:n,
                            22:n,
                            23:n,
                            24:n,
                            25:n,
                            26:n,
                            24:n,
                            23:n,
                            27:n,
                            28:n,
                            29:n,
                            30:n,
                            31:n,
                            32:n,
                            33:n,
                            34:n,

35:n,
36:n,
37:n,
38:n,
39:n,
40:n,
41:n,
42:n,
43:n,
44:n,
45:n,
46:n,
47:n,
48:n,
46:n,
49:n,
47:n,
50:n,
51:n,
52:n,
53:n,
54:n,
52:n,
51:n,
55:n}

1: . . . . .wf. . . . . NILNIL

$\vdash 0 \leq_{\mathrm{z}} x \in \mathbb{B}$
2: . . . . .wf. . . . . NILNIL

$\vdash \mathbb{B} \in \mathrm{Type}$
3: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}) \in \mathbb{P}_1$
4: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash (\uparrow 0 \leq_{\mathrm{z}} x) \in \mathbb{P}_1$
5: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq x) \in \mathbb{P}_1$
6: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \leq_{\mathrm{z}} x \in \mathbb{B}$
7: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \in \mathbb{Z}$
8: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_{\mathrm{z}} x = \mathrm{tt}$
$\vdash x \in \mathbb{Z}$
9: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
$\vdash 0 \leq_{\mathrm{z}} y \in \mathbb{B}$
10: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
$\vdash \mathbb{B} \in \mathrm{Type}$
11: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}) \in \mathbb{P}_1$
12: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}$
$\vdash (\uparrow 0 \leq_{\mathrm{z}} y) \in \mathbb{P}_1$
13: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq y) \in \mathbb{P}_1$
14: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \leq_{\mathrm{z}} y \in \mathbb{B}$
15: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_{\mathrm{z}} y = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \in \mathbb{Z}$
16: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$

4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash y \in \mathbb{Z}$

17:

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq y$
$\vdash (\mathrm{if\ tt\ then}\ x\ \mathrm{else}\ \text{-}x\ \mathrm{fi} = \mathrm{if\ tt\ then}\ y\ \mathrm{else}\ \text{-}y\ \mathrm{fi}\ ) \iff x = \pm\, y$

18: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (0 \leq_z y = \mathrm{ff}) \in \mathbb{P}_1$

19: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (\uparrow y <_z 0) \in \mathbb{P}_1$

20: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (y < 0) \in \mathbb{P}_1$

21: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (\uparrow(\neg_b 0 \leq_z y)) \in \mathbb{P}_1$

22: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash 0 \leq_z y \in \mathbb{B}$

23: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash 0 \in \mathbb{Z}$

24: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash y \in \mathbb{Z}$

25: . . . . .antecedent. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$

⊢ True
26: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq x$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
5. $(\uparrow(\neg_b 0 \leq_z y)) = (\uparrow y <_z 0)$
⊢ $\mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_1$
27:

3. $0 \leq x$
4. $y < 0$
⊢ (if tt then x else -x fi = if ff then y else -y fi) $\iff x = \pm y$
28: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $(0 \leq_z x = \mathrm{ff}) \in \mathbb{P}_1$
29: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $(\uparrow x <_z 0) \in \mathbb{P}_1$
30: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $(x < 0) \in \mathbb{P}_1$
31: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $(\uparrow(\neg_b 0 \leq_z x)) \in \mathbb{P}_1$
32: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $0 \leq_z x \in \mathbb{B}$
33: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $0 \in \mathbb{Z}$
34: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ $x \in \mathbb{Z}$
35: . . . . .antecedent. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
⊢ True
36: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $0 \leq_z x = \mathrm{ff}$
4. $(\uparrow(\neg_b 0 \leq_z x)) = (\uparrow x <_z 0)$
$\vdash \mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_1$
37: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
$\vdash 0 \leq_z y \in \mathbb{B}$
38: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
$\vdash \mathbb{B} \in \mathrm{Type}$
39: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq_z y = \mathrm{tt}) \in \mathbb{P}_1$
40: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash (\uparrow 0 \leq_z y) \in \mathbb{P}_1$
41: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash (0 \leq y) \in \mathbb{P}_1$
42: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \leq_z y \in \mathbb{B}$
43: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash 0 \in \mathbb{Z}$
44: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{tt}$
$\vdash y \in \mathbb{Z}$
45:

3. $x < 0$
4. $0 \leq y$
$\vdash (\mathrm{if\ ff\ then}\ x\ \mathrm{else}\ \text{-}x\ \mathrm{fi} = \mathrm{if\ tt\ then}\ y\ \mathrm{else}\ \text{-}y\ \mathrm{fi}\ ) \iff x = \pm\, y$

46: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (0 \leq_z y = \mathrm{ff}) \in \mathbb{P}_1$

47: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (\uparrow y <_z 0) \in \mathbb{P}_1$

48: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (y < 0) \in \mathbb{P}_1$

49: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash (\uparrow(\neg_b 0 \leq_z y)) \in \mathbb{P}_1$

50: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash 0 \leq_z y \in \mathbb{B}$

51: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash 0 \in \mathbb{Z}$

52: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash y \in \mathbb{Z}$

53: . . . . .antecedent. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
$\vdash$ True

54: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $x < 0$
4. $0 \leq_z y = \mathrm{ff}$
5. $(\uparrow(\neg_b 0 \leq_z y)) = (\uparrow y <_z 0)$
$\vdash \mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_1$

55:

3. $x < 0$
4. $y < 0$

$\vdash$ (if ff then x else -x fi = if ff then y else -y fi) $\Longleftrightarrow$ $x = \pm\, y$

.

http://www.nuprl.org/FDLcontent/p0_942988_/p121_73350_{absval_eq}1_1_0.html